



DISPENSA N. 006

Ingegneria Civile :

Sezione Edile

Corso di Tecnica delle Costruzioni

A.D. 2004 Febbraio

Oggetto: Calcolo Strutturale di un capannone industriale, in zona sismica ed a pianta rettangolare.

Elaborato: Esempio di “ Calcolo di un solaio a soletta e nervature parallele ”.

La dispensa contiene :

- **Relazione Tecnica**
- **Allegati**

TERRASINI (PA), li 14-02-2004

IL TECNICO CALCOLISTA

Dott. Ing. Nicolò Gioè

Calcolo di un Solaio a soletta e nervature parallele.

1.0 - Premessa.

Si vuole calcolare un Solaio a soletta e nervature parallele che serve per la copertura di un **Capannone Industriale** a pianta rettangolare di dimensioni $L = 40 \text{ m}$, $B = 10,60 \text{ m}$ e $s = 0,30 \text{ m}$; considerando delle travi portanti in c.c.a. che si sviluppano secondo il perimetro in direzione longitudinale.

L'Orditura del Solaio

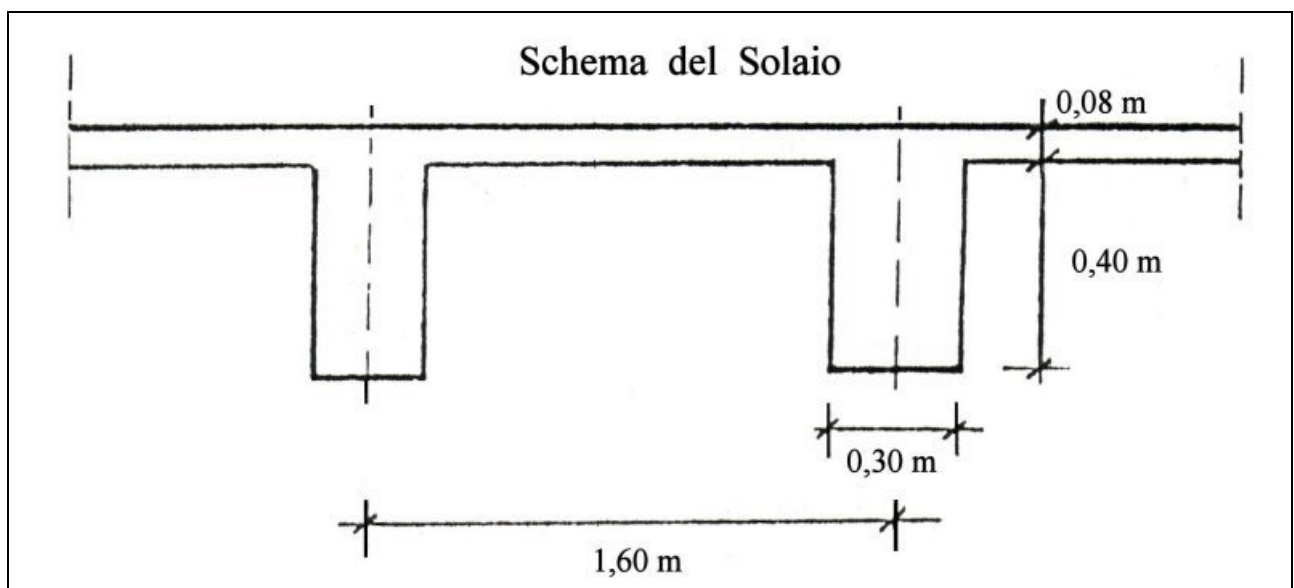
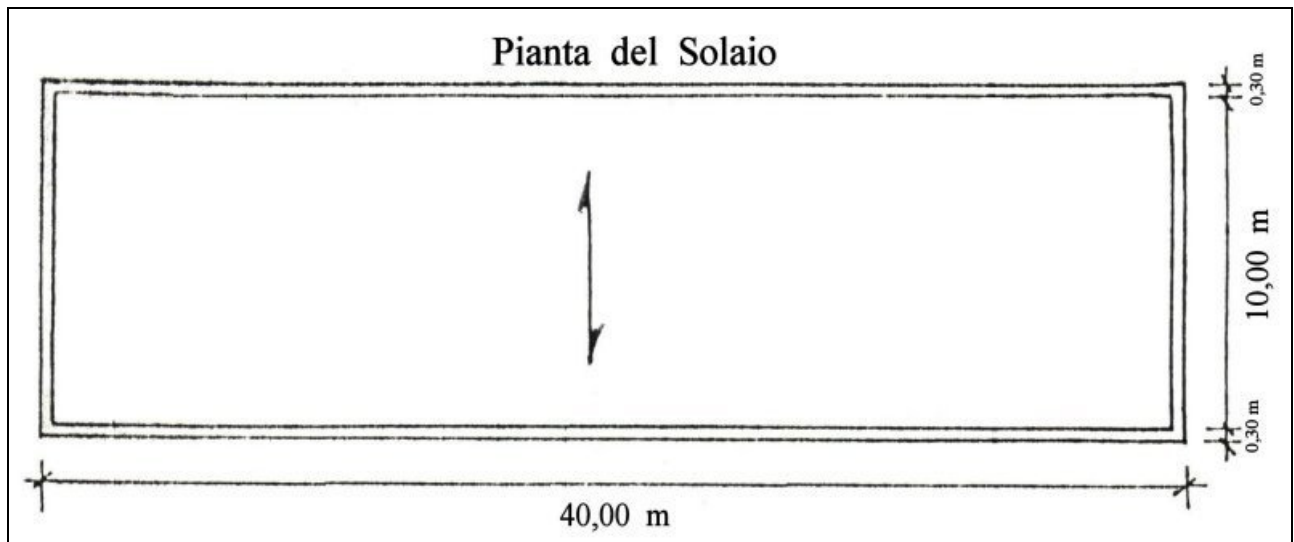


è disposta parallelamente alla direzione del lato più corto.

I Carichi Q che si assumono sono pari a :

$Q_p = 150 \text{ kg}$ carico permanente

$Q_a = 450 \text{ kg}$ carico accidentale.



2.0 – Calcolo e dimensionamento Teorico della soletta.

Per le campate intermedie lo schema di calcolo è quello di una trave continua su infiniti appoggi.

Per la prima campata e la prima metà della seconda occorre fronteggiare i maggiori valori della caratteristica di flessione.

Le nervature sono state così sostituite da appoggi e questo è valido, perché avendo le nervature una sezione rettangolare allungata non sono in grado di offrire una valida resistenza a torsione.

Per gli appoggi la condizione di carico più gravosa è quella con:

- carico permanente uniformemente distribuito, su tutta la trave;
- carico accidentale, sulle campate adiacenti all'appoggio e sulle altre alternativamente.

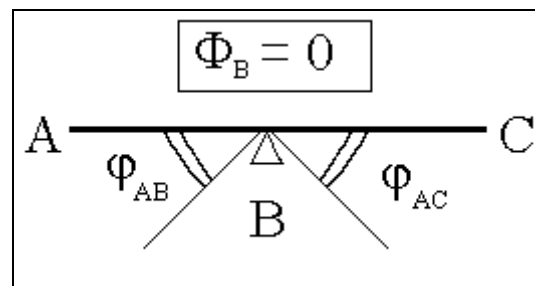
Con una certa approssimazione possiamo considerare una trave caricata uniformemente Q da un Carico Permanente **Q_p** + Carico Accidentale **Q_a** :

$$\boxed{Q = Q_p + Q_a}$$

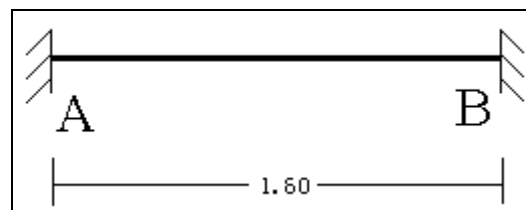
Per la simmetria, le rotazioni Φ sugli appoggi sono nulli :

$$\boxed{\Phi = 0} \quad \text{e} \quad \text{quindi} \quad \boxed{\varphi_{ac} = \varphi_{ab}};$$

cioè si ha in un nodo :



per cui si può considerare la trave per ogni campata come incastrata agli estremi A e B.



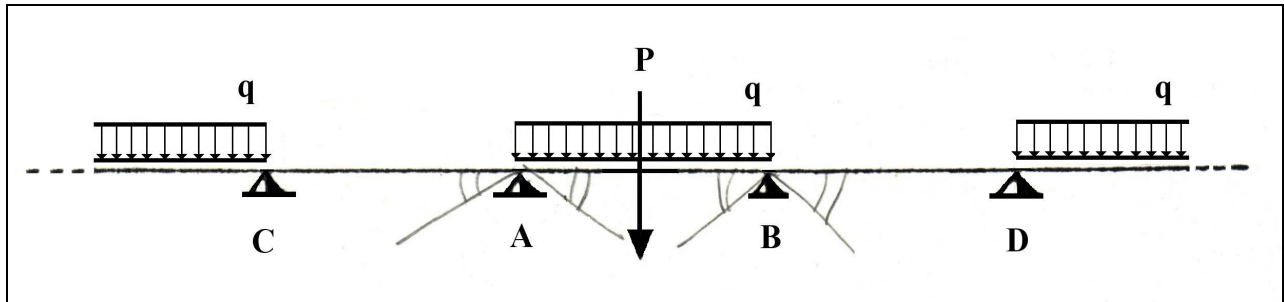
I momenti **M** che si destano su ogni appoggio valgono:

$$\boxed{M_{ik} = - 1/12 (Q_p + Q_a) l^2} \quad \text{Momento agli estremi}$$

$$\boxed{M_{mezzeria} = 1/24 (Q_p + Q_a) l^2} \quad \text{Momento in mezzeria}$$

Per la Campata Intermedia : la condizione di carico che dà il Massimo Momento positivo è quella di considerare il Carico Permanente Uniformemente Distribuito su tutta la trave e il Carico Accidentale sulla campata in esame e alternativamente sulle altre.

Per il Calcolo dei Momenti si applica l'Equazione dei Tre Momenti :



$$\varphi_{AC} = \varphi_{AB}$$

$$\varphi_{BA} = \varphi_{BD}$$

$$\rightarrow \frac{I_{AC}}{6EI} (2M_A + M_C) + \frac{I_{AB}}{6EI} (2M_A + M_B) = \frac{I_{AB}}{6EI} (2\mu_{AB} + \mu_{BA}) \quad \text{in A}$$

$$\rightarrow \frac{I_{BA}}{6EI} (2M_B + M_A) + \frac{I_{BD}}{6EI} (2M_B + M_D) = \frac{I_{BA}}{6EI} (2\mu_{BA} + \mu_{BD}) \quad \text{in B}$$

$$\rightarrow 4M_A + M_C + M_B = \frac{1}{4} q l^2$$

$$\rightarrow 4M_B + M_A + M_D = -\frac{1}{4} q l^2$$

$$12M_A = -\frac{1}{2} q l^2$$

e da cui si ricava :

$$M_A = M_B = -\frac{1}{24} Q_a l^2$$

$$M_{\text{mezzeria}} = \frac{1}{12} Q_a l^2$$

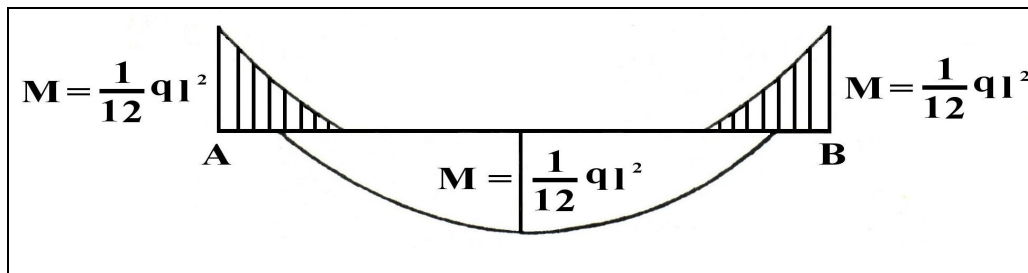
Il momento totale positivo varrà quindi:

$$M_{\text{mezzeria}} = \frac{1}{24} Q_p l^2 + \frac{1}{12} Q_a l^2$$

Il momento negativo in mezzeria vale:

$$M_{1/2} = -\frac{[(Q_a - Q_p) * l^2]}{24}$$

Per maggiore sicurezza e per semplicità di calcolo si adottano comunque i seguenti momenti:



2.1 – Elementi Teorici della soletta.

Il calcolo viene effettuato tenendo presenti le vigenti prescrizioni normative per Solai gettati in opera e in particolare:

-- l'altezza del solaio H_s deve essere superiore a 1/30 della luce del solaio L_s :

$$\boxed{H = 1/30 L}$$

-- e comunque non inferiore all'altezza minima H_{\min} di 8 cm :

$$\boxed{H_{\min} = 8 \text{ cm}}$$

La larghezza della nervatura minima b_{\min} è soggetta alla limitazione:

$$\boxed{b_{\min} \geq l/8} \geq \begin{cases} 5 \text{ cm} & \text{per solai prefabbricati} \\ 8 \text{ cm} & \text{per solai gettati in opera} \end{cases}$$

Nel nostro caso si sceglie :

un interasse dei travetti i_t

pari a : $i_t = 160 \text{ cm}$

una larghezza della nervatura b

pari a : $b = 30 \text{ cm}$

una altezza della nervatura h

pari a : $h = 40 \text{ cm}$

uno spessore della soletta s

pari a : $s = 8 \text{ cm}$

3.0 – Esempio di un calcolo di un Solaio a soletta e nervature parallela .

Si considera un solaio a soletta e nervatura parallela di Luce L :

$$L = 40,00 \text{ m.}$$

3.1.1 - Caratteristiche dei materiali:

Cls. classe $R_{ck} = 250 \text{ Kg / cm}^2$ ($= R_{bk}$) $\sigma_{ca} = 85,0 \text{ Kg / cm}^2$;

Ferri $Fe B _ K$ a.m. $\sigma_{fa} = 1600 \text{ Kg / cm}^2$;

Altezza spessore solaio minimo : $H = 8 \text{ cm}$;

Interasse travetti nervatura : $i_t = 160 \text{ cm}$;

Larghezza della nervatura : $b = 30 \text{ cm}$;

Altezza della nervatura : $h = 40 \text{ cm}$;

3.1.2 – Tensioni Ammissibili:

(Calcestruzzo) $\bar{\sigma}_b = \sigma_{ca} = 60 + \frac{R'_{bk} - 150}{4} = 85,0 \text{ Kg / cm}^2$ ($8,5 \text{ N / mm}^2$)

(Ferro) $\bar{\sigma}_a = \sigma_{fa} = 1.600 \text{ Kg / cm}^2$ ($160,00 \text{ N / mm}^2$)

Si può ridurre del 10% per regolamento la tensione ammissibile nel calcestruzzo σ_{ca} e si ha :

(Calcestruzzo) $\sigma_{ca} = 85 - 8,5 = 76,5 \text{ Kg / cm}^2$ ($7,65 \text{ N / mm}^2$)

3.1.3 - Analisi dei carichi (Q):

Peso proprio soletta : $= 0,08\text{m} * 1\text{m} * 1\text{m} * 2.500 = 200 \text{ Kg / m}^2$

Sovraccarico accidentale : 450 Kg / m^2

Carico permanente : 150 Kg / m^2

Carico (Peso) totale Q_t : $Q_t = 800 \text{ Kg / m}^2$

3.1.4 – Calcolo dell'interasse tra le nervature .

Dobbiamo calcolare ora l'interasse tra le nervature, che noi abbiamo ipotizzato essere di $i = 160 \text{ cm}$.

Calcoliamo il momento resistente M_r valutato nella mezzeria della soletta :

$$M_r = \frac{h^2}{r^2} \cdot b$$

per $\sigma_{ca} = 76,5 \text{ Kg / cm}^2$; $\sigma_{fa} = 1.600 \text{ Kg / cm}^2$; $r = 0,302$; $h = s - \delta = 8 - 2 = 6 \text{ cm}$;

dove δ è il copriferro ($\delta = 2 \text{ cm}$) e b è la lunghezza ($b = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$) .

Si ottiene :

$$M_r = \frac{6^2}{(0.302)^2} 100 = 39.472 \text{ Kg m}$$

mentre il Momento Massimo M_{max} è :

$$M_{max} = \frac{1}{12} q l^2$$

cioè : $M_{max} = (1 / 12) * 800 * l^2 = 66.67 * l^2 \text{ Kg m}$

Imponendo che :

$$M_r = M_{max}$$

si ha : $39.472 = 66.67 * l^2$

da cui si ricava la lunghezza l :

$$l = \sqrt{\frac{394.72}{66.67}} = 2.43 \text{ m}$$

Per le Norme, la luce L non deve essere maggiore di 30 volte lo spessore della soletta H (con $H=8 \text{ cm}$), per cui:

$$L = 30 * H \quad L = 30 * 8 = 240 \text{ cm}$$

Quindi scartiamo il valore di $l = 243 \text{ cm}$ ed assumiamo come luce $L = 160 \text{ cm}$ verificando poi la soletta per i massimi Momenti.

Questi valgono :

-- Momento in mezzeria M_{mez} :

$$M_{mez} = \frac{1}{12} q l^2$$

$$M_{mez} = (1/12) * 800 * (1,60)^2 = +170 \text{ kg m}$$

-- Momento all'estremità M_{a-b} in A e in B è :

$$M_{a-b} = -\frac{1}{12} q l^2$$

$$M_{a-b} = -(1/12) * 800 * (1,60)^2 = -170 \text{ kg m}$$

Essendo :

$M = 17.000 \text{ kg cm}$; $b = 100 \text{ cm}$; $h = 6 \text{ cm}$, si ha :

$$r = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}}$$

$$r = 6 / \sqrt{17.000 * 100} = 0.460$$

per cui considerando :

$$\sigma_{fa} = 1.600 \text{ Kg/cm}^2 \text{ ; } r = 0,427 \text{ si ha :}$$

$$\text{per } \sigma'_{ca} < \sigma_{ca} \quad \sigma'_{ca} = 50 \text{ Kg/cm}^2 < 76,5 \text{ Kg/cm}^2 = \sigma_{ca}$$

$$t' = 0.001589 \text{ ; } s = 0.238 \text{ per cui :}$$

$$A_f = t' \sqrt{M b}$$

$$A_f = 0.001589 \sqrt{17000 * 100} = 2.071 \text{ cm}^2$$

cui corrisponde a (5 ϕ 8) di area $A_f = 2,51 \text{ cm}^2$.

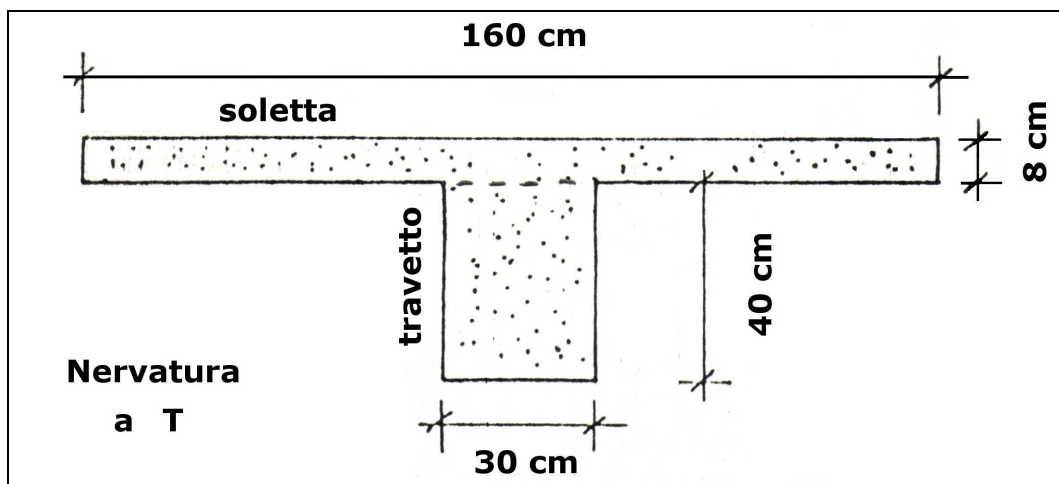
Alle estremità si realizza una eguale armatura, che, non potendo essere piegata, viene prolungata anche in mezzeria.

4.0 – Calcolo della nervatura.

Si considera la 1° nervatura come una sezione a T, dato che è lecito considerare come collaborante col travetto una striscia di soletta che al più può essere eguale alla larghezza fra due nervature consecutive.

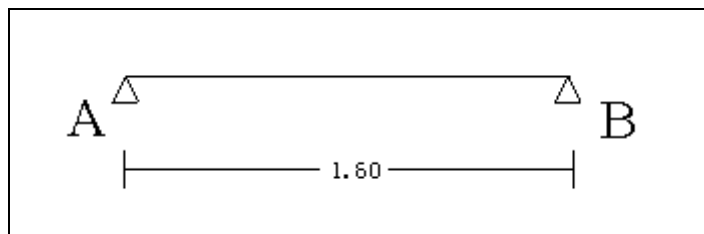
Fissata una larghezza della nervatura L_n di 1,60 m ; si assegnano delle dimensioni di tentativo alla sezione che verrà poi verificata.

$$L_n = 1,60 \text{ m}$$



Le condizioni di vincolo del travetto sono :

-- di appoggio alle travi principali, con un piccolo momento alle estremità M .



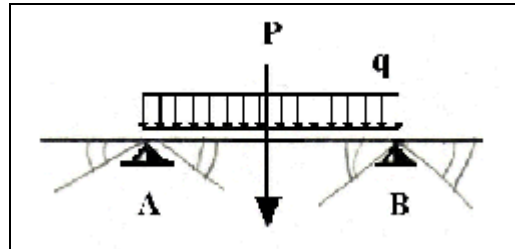
4.1.1 -- Analisi dei carichi (Q) :

Peso proprio travetto :	= 0,30m * 0,40m * 1m * 2.500	= 200 Kg / m ²
Peso proprio soletta :	= 1,60m * 0,08m * 1m * 2.500	= 320 Kg / m ²
Carico permanente	= 150 * 1,60m	= 240 Kg / m ²
Carico accidentale :	= 450 * 1,60m	= 720 Kg / m ²

Carico (Peso) totale Q_t : $Q_t = 1.540 \text{ Kg / m}^2$

4.1.2 -- Caratteristiche di sollecitazione :

Considerando la trave come soggetta al vincolo di semi-incastro con un momento in mezzeria pari a quello dovuto all'appoggio semplice si ha:



-- Momento all'incastro M_{inc} :

$$M_{inc} = \frac{1}{24} q l^2$$

$$M_{inc} = (1/24) * 1.540 * (10,30)^2 = 6.807 \text{ kg m} = 680.700 \text{ kg cm}$$

-- Momento in mezzeria M_{mez} :

$$M_{mez} = \frac{1}{10} q l^2$$

$$M_{mez} = (1/10) * 1.540 * (10,30)^2 = 16.338 \text{ kg m} = 1.633.800 \text{ kg cm}$$

Essendo : $\sigma_{fa} = 1.600 \text{ Kg/cm}^2$, e per sicurezza imponiamo una ulteriore riduzione della (σ'_{ca})
a : $\sigma'_{ca} = 50 \text{ Kg/cm}^2$; troviamo quindi nelle tabelle i coeff. **r, t, s** (dati da verificare) :

$$r = 0,427 \quad ; \quad t' = 0,001589 \quad ; \quad s = 0,238$$

per cui :

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$h = r * \sqrt{1.633.800 / 160} = 43,14 \text{ cm}$$

$$x_c = s \times h$$

$$x_c = 0,238 * 43,14 = 10,27 \text{ cm}$$

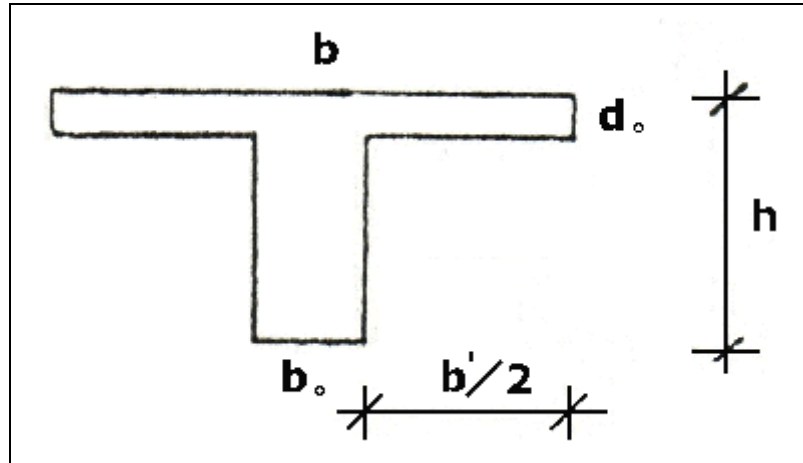
$$A_f = t' \sqrt{M b}$$

$$A_f = 0,001589 \sqrt{1.633.800 * 160} = 25,69 \text{ cm}^2$$

realizzabili con (7 ϕ 22) di area $A_f = 26,61 \text{ cm}^2$.

4.1.3 – Verifica sezione a T :

Essendo la distanza dal bordo compresso dell'asse neutro x_c pari a 10,27 cm e tagliando quest'ultimo l'anima, la sezione non può considerarsi come rettangolare e deve effettuarsi la verifica della sezione a T.



Per $b' = b - b_o$ anima travetto, $b' = 160 - 30 = 130$ cm; con $n = 10$; $A_f = 26,61$ cm²; $h = 43,14$ cm
 $M_{inc} = 680.700$ kg cm si ha :

$$p = \frac{1}{b_o} \left[(d_o \cdot b') + (n \cdot A_f) \right]$$

il carico p vale :

$$p = 1/30 * [(8 * 130) + (10 * 26,61)] = 43,54 \text{ Kg/m}^2$$

$$q = \frac{1}{b_o} \left[(d_o^2 \cdot b') + (2n \cdot A_f \cdot h) \right]$$

il carico q vale :

$$q = (1/30) * [(8^2 * 130) + (2 * 10 * 26,61 * 43,14)] = 1.042,64 \text{ Kg/m}^2$$

L'asse neutro x_c vale :

$$x_c = -p + \sqrt{p^2 + q}$$

$$x_c = -43,54 + \sqrt{43,54^2 + 1.042,64} = 10,67 \text{ cm}$$

Il momento d'inerzia J_{ci} è:

$$J_{ci} = \frac{1}{3} \left[b \cdot x_c^3 - b' \cdot (x_c - d_o)^3 \right] + n \cdot A_f \cdot (h - x_c)^2$$

$$J_{ci} = 1/3 [(160 * 10,67^3) - 130 * (10,67 - 8)^3] + 10 * 26,61 * (43,14 - 10,67)^2 = 344.340 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_c = \frac{M}{J_{ci}} x_c \quad \sigma_f = n \cdot \frac{M \cdot (h - x_c)}{J_{ci}}$$

$$\sigma_c = (1.633.800 * 10,67) / 344.340 = 51 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_f = [10 * 1.633.800 * (43,14 - 10,67)] / 344.340 = 1.541 \text{ Kg/cm}^2$$

Il calcolo dell'armatura nella sezione di estremità si effettua con il valore della:

$$\sigma_{ca} = 76,5 \text{ Kg/cm}^2$$

Per tale valore di tensione ammissibile si trovano nelle tavole i coeff. r, t, s (dati da verificare):

$$r = 0,302 \quad ; \quad t' = 0,002314 \quad ; \quad s = 0,322$$

per cui è possibile ricavare il valore della larghezza b della sezione alle estremità (Momento incastro):

$$b = \frac{r^2 \cdot M_r}{h^2}$$

$$b = [(0,302)^2 * 680.700] / (43,14^2) = 34 \text{ cm}$$

L'asse neutro x_c risulta avere una distanza dal bordo compresso pari a:

$$x_c = s \times h$$

$$x_c = 0,322 * 43,14 = 13,89 \text{ cm}$$

L'armatura risulta (Momento mezzeria):

$$A_f = t \cdot \sqrt{M \cdot b}$$

$$A_f = 0,001589 \sqrt{1.633.800 * 34} = 11,85 \text{ cm}^2$$

realizzabile con (4 ϕ 20) di area $A_f = 12,57 \text{ cm}^2$.

Si passa quindi al diagramma del momento flettente e resistente e agli esecutivi dell'armatura.

5.0 -- Verifica a Taglio.

Si assumono come tensioni ammissibili al taglio τ'_{bo} e τ_{b1} seconda normativa, ottenendo :

$$\tau'_{bo} = 5,3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{b1} = 10,85 \text{ kg/cm}^2$$

Essendo :

$$T = (q * l) / 2$$

$$T = (1.540 * 10,30) / 2 = 7.931 \text{ kg}$$

si ha :

$$\tau_{max} = T / 0,9 * b_0 * h$$

$$\tau_{max} = 7.931 / (0,9 * 30 * 43,14) = 6,81 \text{ kg/cm}^2$$

Il punto in cui la tensione raggiunge il valore ammissibile dista a : 4,15 m dalla mezzeria della trave stessa;

per cui la zona che necessita di armatura supplementare a taglio è a : b = 100 cm dall'appoggio.

Lo scorrimento totale S vale:

$$S = \tau * b * b_0$$

$$S = [(6,81 + 5,3) / 2] * 100 * 30 = 18.495 \text{ kg} \quad \text{dove} \quad \tau = (\tau_{max} + \tau'_{bo}) / 2$$

Lo scorrimento assorbito dai ferri piegati S_p provenienti dal calcolo a flessione e ricadenti nell'area di taglio da ricoprire vale (essendo presenti in tale area $2 \phi 22$) :

$$S_p = n * \omega_f * \sigma_f * \sqrt{2}$$

$$S_p = 10 * \dots * \sqrt{2} = 14.415 \text{ kg}$$

Lo scorrimento che quindi deve essere ricoperto dalle staffe S_{st} è dato dalla differenza dello scorrimento totale S e di quello assorbito dai ferri piegati S_p :

$$S_{st} = S - S_p$$

$$S_{st} = 18.495 - 14.415 = 4080 \text{ kg}$$

Essendo tale differenza minore del (40 % S) fissato dal regolamento, si ha che lo scorrimento assorbito dalle staffe deve essere :

$$40 \% S$$

e per staffe ($\phi 8$) si ha che il numero di staffe n_s da inserire vale :

$$n_s = (40 \% S) / (2 * \sigma_f * A_f)$$

$$n_s = 4,62 \approx 5 ; \text{ con una distanza staffe } d_s \text{ di centimetri : } d_s = 20 \text{ cm}$$

6.0 -- Calcolo dei Momenti Resistenti.

Sappiamo che le relazioni per il calcolo del Momento Resistente del Ferro M_{rf} e del Calcestruzzo M_{rc} sono :

$$M_{rf} = \sigma_f * A_f * (h - x_c / 3) \quad \text{e} \quad M_{rc} = (b * x_c / 2) * \sigma_c * (h - x_c / 3)$$

Fatta eccezione dei tratti in cui b o h non sono costanti il valore di M_{rc} varia poco in funzione di A_f in quanto varia poco x_c .

Essendo già stato verificato che la sollecitazione nel calcestruzzo è minore di quella ammissibile nelle sezioni di incastro e di mezzeria (e ciò si traduce in $M_{rc} > M_{rf}$) si può ritenere che M_{rc} si mantenga maggiore di M_{rf} anche in tutte le altre sezioni.

Il valore del momento resistente coincide allora con M_{rf} che varia pressoché linearmente con A_f : la non esatta proporzionalità dipende dal variare di x_c con A_f .

L'errore che però si commette è trascurabile per cui il diagramma dei momenti resistenti si può tracciare attribuendo ad ogni ferro l'aliquota di momento che ottiene dividendo i massimi momenti resistenti all'incastro e in mezzeria, in parti proporzionali all'area delle singole barre di acciaio previste.

Per l'Armatura di Ripartizione A_{fr} si fissa il (25 %) di quella principale A_f ,

$$A_{fr} = 25 \% A_f$$

per cui si sono disposte (3 Ø 6) ogni $A_{fr} = 1,60$ m.

7.0) – Simbolismo :

$\alpha \beta \gamma \delta \varepsilon \zeta \eta \theta \iota \kappa \lambda \mu \nu \xi \omicron \rho \varsigma \sigma \tau \upsilon \phi \chi \psi \omega \pm \frac{1}{4} \frac{1}{2} \frac{3}{4} \emptyset \times \div \emptyset \Delta \Sigma \Pi \sqrt{\infty} \cap \int$
 $\approx \neq \equiv \leq \geq n R_{ck} R'_{bk} J_{ci} x_c A_f x_c^3 \sigma'_b \sigma'_a \omega_f n_t n_s$

H	=	altezza del solaio
H _t	=	altezza del solaio teorico
H _{min}	=	altezza del solaio minimo
L	=	luce del solaio
L _t	=	luce del solaio teorico
s _s	=	spessore della soletta
d _{bl}	=	spessore del blocco laterizio
l _{bl}	=	larghezza del blocco laterizio
i _t	=	interasse dei travetti
b	=	larghezza della nervatura
b _{min}	=	larghezza della nervatura minima
B	=	larghezza del solaio
l	=	
A _s	=	area dei ferri longitudinali
A _{s min}	=	area dei ferri longitudinali minima
A _t	=	area dei ferri trasversali
φ	=	phi (diametro dei ferri)
ml	=	per metro lineare
τ _{max}	=	tensione tangenziale massima
τ _{co}	=	tensione tangenziale minima
σ _{ca}	=	tensioni ammissibili del cemento
σ _{fa}	=	tensioni ammissibili del ferro
σ _c	=	tensioni del cemento
σ _f	=	tensioni del ferro
R _{ck}	=	classe del calcestruzzo
FeB38K	=	classe del ferro
M _i	=	momento all'incastro
M _{max}	=	momento massimo in mezzzeria
μ	=	rapporto dell'area dei ferri
A' _f	=	area ferri compressi
A _f	=	area ferri tesi
λ	=	rapporto tra copriferro e altezza
δ	=	spessore copriferro
h	=	altezza minima della soletta
t'	=	coeff.
r'	=	coeff.
x _c	=	distanza dall'asse neutro
I _{ci} , J _{ci}	=	momento d'inerzia
M _{rc}	=	momento resistente calcestruzzo
M _{rf}	=	momento resistente ferro